

第七章 库存管理

任何一个企业，特别是生产型企业，其生产过程通常要经过几个环节，即企业需要购入原材料或零部件，通过加工制成在制品，然后装配成制成品，最后将产品供应给消费者。在这一过程中，为了使生产和销售活动不致中断，企业需要对原材料、外购的零部件、在制品和组装件、劳动力、工具、机器设备和制成品等保持一定的库存。如果原材料、零部件库存不足，当它们的供应出现问题时，生产就可能中断；如果制成品库存不足，当市场需求旺盛时，就可能出现供不应求的局面，使企业丧失可能获利的机会，从而蒙受损失。

然而，保持库存要占用企业的资金，对很多企业来说，在资产负债表中，库存通常要占总资产的 20% ~ 60%。当使用库存时，它们的价值可转换成现金，从而增加资金的周转，有利于再投资。另外，保持库存需要一定的管理费用，这本身也将增加企业的经营成本，进而减少利润。由此可见，库存管理是企业管理的一个基本内容。

库存管理是负责从原材料阶段开始到消费者的整个供应链过程中的库存的计划和控制。因为库存是由生产和供应而产生的，因此不能将生产和供应割裂开来，必须协调它们进行管理。各种原材料或零部件是否需要库存，需要多少，与它们的供应条件有关。如果与供应商有良好的合作关系，零部件供应充沛，渠道畅通，订货手续简单，供货准时，质量可靠，企业可以考虑尽可能减少库存，以降低库存费用和生产成本，增加企业的利润。反之，如果上述条件不具备，企业为了不使生产中断，就只得增加库存，以保证生产活动的顺利进行。

保持库存将增加企业的生产成本，这促使企业必须注重供应链管理和质量管理的高效性。企业可以通过减小供应链各个环节的不确定性来显著减小库存水平。由上一章中可知，在很多情况下，不确定性往往是由于企业或其供应商生产的零部件的质量问题所引起的。这种不确定性可能是各种形式的，如供货时间的改变，由于延迟的供货或大量不合格的残次品的存在使得生产计划存在很大的不稳定性，导致影响市场需求的波动性及需求预测的可靠性等。

第一节 库存管理的基本要素

一、库存与物料流

对库存的分类有很多不同的划分方法，最常见的是按物料流入、通过和流出生产系统的不同阶段进行划分，见图 3-7-1。

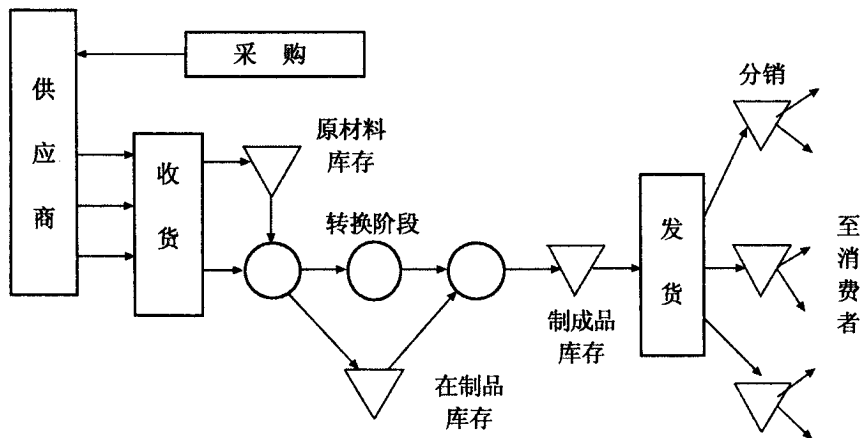


图 3-7-1 库存与物料流

1. 原材料，指购买的并已经收到的，但还没进入生产过程的物品。主要包括购买的材料、部件和组件。
2. 在制品（WIP），指进入生产过程的并已经加工或正在等待加工的物料。
3. 制成品，是生产系统的产出，并等待销售的物品。它们可能被保存在工厂中或企业的成品仓库中，也可能在分销系统的任何存放部位中。
4. 销售库存，指存放在分销系统中的制成品。
5. 维护、修理和作业用品，指在生产中使用的，但不是用来转换成产品的材料和物品，包括手工工具、备用零件、设备的润滑用品和清洁用品等。

将物品划分为特定类型的库存取决于生产环境，像铁板材料或汽车轮胎对供应商来说是制成品，而对汽车制造商来说就是原材料和部件。

二、供应和需求的形式

如果供应能够准确地满足需求，企业就没有必要保持过多的库存。产品的生产率如

果能与需求保持相同的比率，就不会出现库存。企业如果以这种形式进行生产，其产品在相对较长的一段时期内的需求应该可以预测和相对稳定。

在这种情况下，产品的生产可以以流水线的形式进行，这样容易使生产与需求相匹配。这种生产系统中，生产所需的原材料被输送到流水线上，一个工序到另一个工序的工艺流程是平衡进行的，因此也很少有在制品存在，产品是按需求比率供给消费者的。由于流水线式生产系统生产的品种很少，因此要靠生产的规模去弥补建立生产系统所需的固定成本。

然而对很多产品来说，其需求的特点是既不够充分也不够稳定，因此难以实施流水线式生产。对这类产品往往采用小量或批量方式进行生产。工作中心按设备的功能进行组织。例如，车床在一个车间，焊接在另一个车间，组装在一个车间等。作业是以批量的形式，按照工艺要求从一个工作中心到另一个工作中心完成。由于这种系统的特点，必然要产生原材料、在制品和制成品的库存。

三、库存的分类

在批量生产中，建立库存的基本目的是减弱供应与需求之间的不协调问题，库存可以在供应与需求、消费者需求与制成品、一个工序的需求与上一个工序的产出、开始生产所需的部件和原料与它们的供应商等之间起到一种缓冲作用。因此，可以将库存按不同的功能进行分类：

（一）预置库存

这类库存是为了将来的需求而设置的，例如在产品的销售旺季到来之前或在产品促销活动开展之前而有意地多储备产品。这种库存的设置有利于稳定生产率，减少了因改变生产率而发生的费用。

（二）安全库存

这类库存的设置是为了减小供应、需求和供货期不可预测的偶然波动对生产的影响。如果需求或供货期超出预测水平，就可能发生缺货。安全库存起到一种保险作用，从而减少缺货的可能性。

（三）批量库存

企业物料的购买或制造往往是以批量的形式进行，这样可以享受批量价格优惠、减小发货或生产调整准备费用等。当这种批量超过生产所需时就产生批量库存。

（四）转运库存

这类库存的存在是因为将货物从一个地点移到另一个地点时间上的原因，如将货物从工厂运到分销中心或消费者手中，因此又称为转运库存。转运库存的平均水平可以按下面公式计算：

$$I = \frac{tD}{365} \quad (7-1)$$

其中 I 表示转运的年平均库存水平, t 为按天计算的运输时间, D 表示年需求量。需要注意的是, 转运库存的大小与发运数量大小无关, 它取决于运输时间和需求量。因此, 减小转运库存, 从而减小转运库存成本的办法是减小转运时间。

【例 7-1】某供应商供货的转运时间为 10 天。如果年需求为 5200 个单位, 问转运库存的平均水平应该是多少?

$$I = \frac{10 \times 5200}{365} = 142.5 \text{ (单位)}$$

(五) 套购库存

有些商品如矿物、日用品和谷物等, 其贸易活动可能是在国际市场上, 它们的供应和需求是随国际市场行情的变化而波动。当购买者预料价格将会上涨时, 为了避免损失而在低价格水平时期买进现货以备将来使用或卖出期货, 由此产生的库存称为套购库存。

四、库存管理的目的

一个企业总是期望实现其利润的最大化, 这一目标的实现有待于其顾客服务水平的最大化、生产经营成本的最低化和库存投资的最小化等目标的实现。

(一) 提高顾客服务水平

顾客服务水平是指一个企业能够满足消费者需求的能力。在库存管理中, 顾客服务水平是用来表示当用户需要时, 物品或服务的可获取性, 它是库存管理有效性的一个指标。这里的用户可以是购买者、批发商、企业中的另外一个工厂或一道工序的下一道工序。有很多不同方法用来评估顾客服务水平, 例如按期发运的订单的百分比或定货期内缺货天数的百分比等。

增加库存可以减小不确定因素的影响, 从而提高顾客服务水平。如果能够精确地确定消费者想要什么, 什么时候需要就可以百分之百满足消费者者的需要。然而, 需求和供货提前期通常都是不确定的, 不可避免地会出现缺货和顾客不满意的情况。因此, 企业有必要保持一定数量的附加库存, 这就是所谓的安全库存。

(二) 改进生产经营的效率

库存可以帮助企业改进生产经营的效率, 表现在以下几个方面:

1. 库存使得两个不同生产率的作业可以单独和更经济地运行。如果两个或更多个顺序的作业有着不同的产出率, 那么在它们之间就会出现库存。

2. 对有些季节性需求的产品, 可以通过使用预置库存的策略, 使生产率保持相对平稳, 淡季时建立库存, 以供旺季时使用。对企业来说, 这种策略可以降低加班成本、减小分包生产成本、降低对生产能力的要求、减小生产调整准备的成本。在这种情况下, 企业可以将生产率置于预测需求的平均水平, 见图 3-7-2。

3. 库存使得企业长时间持续地生产, 可以带来以下好处:

首先，库存可以降低企业的单位生产调整费用。一个生产批量的成本与生产的调整准备费用和运行成本有关。调整准备费用是固定的，而生产运行成本是可变的，它与生产的产量成正比。如果生产批量较大，调整费用被分摊给较大批量的产品，使得单位调整费用下降。

其次，与经常进行调整准备相反，库存使得生产加工时间的比重增加，从而增加了生产能力。加工工序的时间由调整准备时间和加工作业时间组成，只有当加工作业时间增加时，生产系统的产量才能增加。如果每次生产的批量较大，那么一年中的调整准备次数就会减少，从而可以用于加工的时间就会增加。这一点对生产过程的瓶颈资源尤为重要，在瓶颈工序加工时间的损失，就是对总产量的损失，从而就是对生产能力的损失。

4. 库存使得企业可以大量购货，从而减小单位订货费用和享受价格折扣。

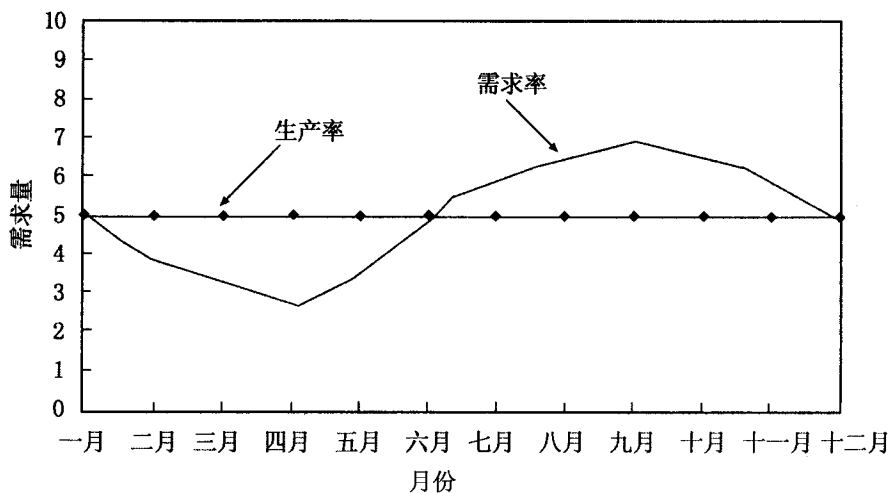


图 3-7-2 生产率与需求

五、库存费用的组成

库存管理的费用由下面五个部分组成：

(一) 订货费用

订货费用包括：与供应商或工厂订货的手续费、运输装卸费等，通常按物品的订货、装运次数计算，而与订货量的大小无关。年订货费用与一年中的订货次数成正比。

工厂内的订货成本则包括：

1. 生产控制成本

年生产控制成本与发出生产订货的次数有关，与订货的批量无关。每年订货次数越少，这部分费用就越低。这种费用发生在发出订货任务书、进度安排、装载和工作分派

等活动中。

2. 调整准备和拆卸成本

每发出一次生产指令，生产工作中心中的各个工序必须为新批量的生产进行调整准备，生产结束后还要进行拆卸。每年与这些活动有关的成本取决于发出生产指令的次数。

3. 损失生产能力的成本

对生产工作中心每发出一次生产指令，就必须为生产而进行准备，为此可能损失加工作业时间。这种实际生产能力的损失，与发出生产指令的次数有关。这对瓶颈工序尤为重要，并可能使这种成本增大。

4. 外购订货费用

每发出一次订货，就会有相应的订货费用，它包括与下面活动有关的费用：准备订单、订单跟踪、到货收货、批准支付、支票和发票的处理。

【例 7-2】 给定下列年费用：生产控制人员的工资为 60000 元，生产控制部门的供应和日常消耗为 15000 元，工作中心的生产调整准备费用为 120 元。每年发出 200 次订货，则发出一次订货的平均成本为：

$$\text{平均成本} = \frac{\text{固定成本}}{\text{订货次数}} + \text{可变成本} = \frac{60000 + 15000}{200} + 120 = 495 \text{ (元)}$$

(二) 库存管理费用

库存管理费用一般包括：物资本身占有资金的利息、仓库租金、过时或折旧费、保管费、破损损失、丢失损失、保险费和税金等，通常按物资的存储数量和存储时间计算。当库存数量增加时，库存管理费用也随之增加。库存管理费用通常按单位时间（如一年）每单位物品的价格的百分比计算。

【例 7-3】 某企业年平均库存费用为 200 万元，他们估计资金成本为 10%，管理费为 7%，问每年的库存保管费用为多少？

$$\text{总库存费用百分比} = 10\% + 7\% = 17\%$$

$$\text{年库存管理费用} = 0.17 \times 2000000 = 340000 \text{ 元}$$

(三) 缺货损失

如果供货期内的需求超过预测的水平就可能出现缺货。缺货会使企业丧失销售机会，失去顾客，影响声誉，因而造成损失。可以通过增加供货期内的安全库存水平来降低缺货损失。

(四) 与生产能力有关的成本

当一个企业的产量增加时，企业可能采用加班加点或多雇佣工人等手段来临时增加生产能力，但这样做会增加成本。企业可以通过设定生产率水平，在淡季建立库存，以备旺季销售。通过这种手段减小因调整生产能力而发生的成本。

【例 7-4】 某企业的产品销售受季节影响，据预测四个季节的销量分别为 2000，

3000, 6000 和 5000 个单位。计算一个固定生产率的生产计划, 包括季末及平均库存水平。如果每季节每单位的库存管理费用为 3 元, 计算年库存管理费用 (期初和期末库存为零)。

计算结果见下表。

一季度	二季度	三季度	四季度	合计	
预测需求	2000	3000	6000	5000	16000
生产率	4000	4000	4000	4000	160000
季末库存	0	2000	3000	1000	6000
平均库存	1000	2500	2000	500	600
库存费用 (元)	3000	7500	6000	1500	18000

第二节 库存的控制

一、提前订货的控制

在库存管理中, 由于订货、生产、发货、送货均需要一定的时间, 因此, 不能等到库存用完时再订货, 必须考虑一定的订货、生产、发货、送货时间, 提前发出订单, 以求在库存正好用完时, 订货正好到达。这段时间称为订货提前期 (LeadTime, LT)。

提前订货控制有两种方法:

(一) 按期控制法

按期控制法按订货提前期控制, 订货提前期可以根据订货、生产、发货、送货所需的平均天数测定, 订货间隔期可按此提前期, 每间隔一定天数发出一次订单, 见图 3-7-3 (a)。

(二) 按量控制法

按量控制法是按库存最低剩余数量控制, 确定一个再订货控制水平, 称为再订货点 R 。当库存水平降到再订货点时, 就发出订单, 见图 3-7-3 (b)。

订货控制量 Q_c 的确定与每日材料耗用量 d 和材料订货提前期 t 有关, 即:

$$Q_c = d \times t \quad (7-2)$$

如 $d = 30$ (箱/天), $t = 5$ (天), 则 $Q_c = 30 \times 5 = 150$ (箱), 即当库存量等于或接近于 150 箱时, 就要发出订单。

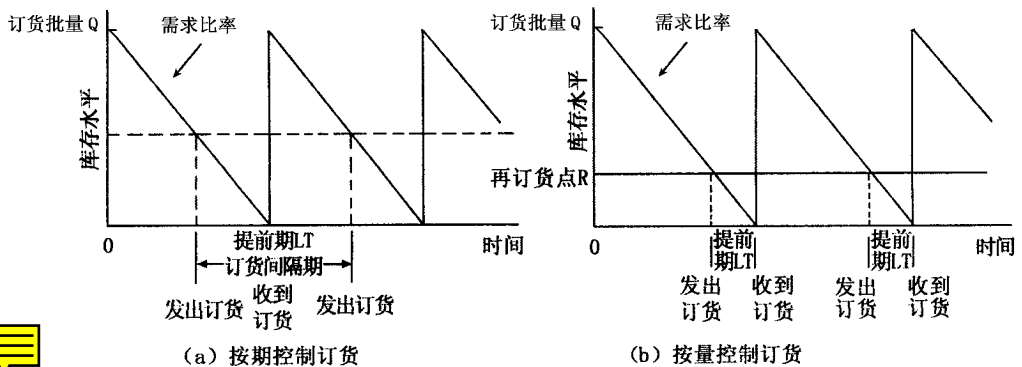


图 3-7-3 按期控制和按量控制订货图

上述按期控制和按量控制，都是考虑在上一批订货库存用完时，新的一批订货正好到达，补充入库。这种控制不考虑安全库存，它把每次订货批量分为两部分，第一部分为 $Q - R$ ，第二部分为 R 。当 $Q - R$ 用完时，说明到了订货点，就发出订单，在订货到达之前，使用第二部分库存。当 R 用完时，订货到达，使库存恢复到原有最高水平。

另一种库存控制方法是除了考虑物料正常耗用量外，还要考虑安全库存量，以备特殊情况时应急使用。它把每次订货批量分为两部分后，另外再增加少量安全库存（ S ）起缓冲作用，当用完了 $Q - R$ 时，说明到了订货点，就发出订单，在订货提前期内可供使用的数量为 R ，当订货出现偶然延迟时使用安全库存，如图 3-7-4 所示。

安全库存的数量，可通过统计资料并结合服务水平的要求经分析后确定。

使用安全库存可以减小缺货影响，但增加了材料库存，相应就增加了库存的费用。因此，必须慎重使用，不能随意加大安全库存，通常只有经常出现延迟供货情况，或者企业由于受材料供应中断影响，经济损失（包括丧失市场获利机会和延迟交货罚款等）较大时，才考虑采用安全库存。即使在这种情况下，也需要进一步将增加安全库存而增加的库存费用，与增加安全库存而减少的机会损失（相对的也是增加经济收益）这两方面加以计算、比较和权衡，才能最后确定是否采用安全库存和采用多少安全库存。

二、ABC 库存控制法

在库存控制过程中，库存管理要确定下面四个决策问题：

- (1) 不同库存物品的重要程度是什么？
- (2) 如何控制不同重要程度的物品？
- (3) 不同物品的订货量是多少？
- (4) 什么时候发出订货？

ABC 分类法回答了上述问题中的前两个问题。ABC 库存控制法在国外库存管理得到广泛应用，是一种行之有效的管理方法。我国在库存管理上使用的分级管理和重点控

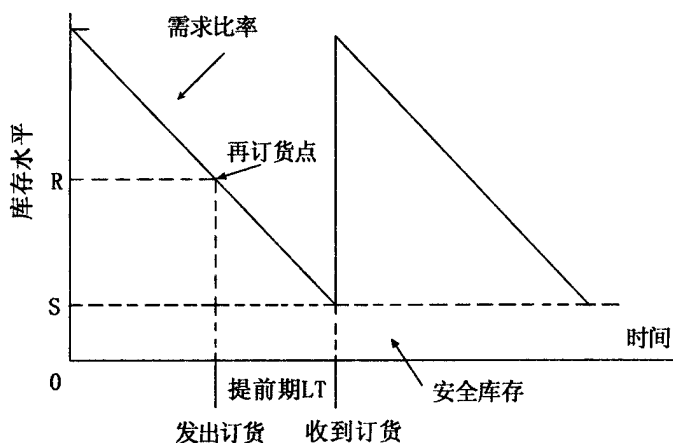


图 3-7-4 使用安全库存的控制

制法也是与之类似的方法，只是 ABC 分类法在对材料进行分类时，数量上具有比较明确的划分界限，便于管理人员掌握。具体来说，就是把企业生产所需要的原材料和零部件，按物料本身的价值和品种数量大小，划分为 A、B、C 三种类型，然后分别采取不同的管理对策。

(1) A 类材料：约占总物品品种的 20%，而价值比重约占总物品价值的 80% 的贵重物品。

(2) B 类材料：约占总物品品种的 30%，而价值比重约占总物品价值的 15% 的普通物品。

(3) C 类材料：约占总物品品种的 50%，而价值不大（占 5% 左右）的低值物品。

ABC 分类法能使企业管理人员对企业生产所需的不同原材料，在品种、价值和数量上做到心中有数，从而采取不同的管理措施。

A 类材料价值较大，对企业产品生产成本和经济效益影响较大，因而要实行重点管理和控制，其采购量和库存量都要求按经济订货批量加以计算，并且随着生产、采购、供应、运输和库存的变化随时（大约每月一次）加以核查和调整。

B 类材料价值相对较低，采购量和库存量可每一季度或半年调整一次。

C 类材料价值很低，仅作粗略计算，可半年或一年调整一次。

抓住了 A 类物料的管理，也就抓住了企业物料和库存管理的重点，使影响成本 80% 的物料得到了合理的控制。但需要指出的是，这并不是说对 B 类、C 类物料就可以放任不管了。在影响产品成本方面，如果 A 类物料管理不好，将会产生举足轻重的影响，但在库存不足，遇到材料供应中断影响生产持续进行这一点上，不管是 A 类物料，还是 B 类、C 类物料，都会同样给生产带来不利的影响和损失。因此，在物料管理上，既要抓住重点（A 类），又要兼顾一般（B 类）和个别（C 类），以求取得较好的管理效果。

ABC 分类法分析的步骤如下：

- (1) 确定每种物品的年需用量；
- (2) 将每种物品的年需用量计算出成本；
- (3) 按年需用量价值的大小，将物品进行排序；
- (4) 计算出年累计价值额和累计百分比；
- (5) 观察年需用量的分布并将物品按年需用量的比重分成 A、B 和 C 三类。

【例 7-5】 某企业使用 10 种部件进行组装生产，它们的年需用量、单位成本和年需用量价值额见下表：

部件编号	年用量	单位成本	年用量价值额（元）
1	1100	2	2200
2	600	40	24000
3	100	4	400
4	1300	1	1300
5	100	60	6000
6	10	25	250
7	100	2	200
8	1500	2	3000
9	200	2	400
10	500	1	500
合计			38250

将 10 种部件进行 ABC 分类，见下表和图 3-7-5。

部件编号	年用量价值额（元）	累计价值额（元）	累计价值额比重（%）	数量累计百分比（%）	分类
2	24000	24000	62.75	10	A
5	6000	30000	78.43	20	A
8	3000	33000	86.24	30	B
1	2200	35200	92.03	40	B
4	1300	36500	95.42	50	B
10	500	37000	96.73	60	C
9	400	37400	97.78	70	C

部件编号	年用量价值额(元)	累计价值额(元)	累计价值额比重(%)	数量累计百分比(%)	分类
3	400	37800	98.82	80	C
6	250	38050	99.48	90	C
7	200	38250	100.00	100	C

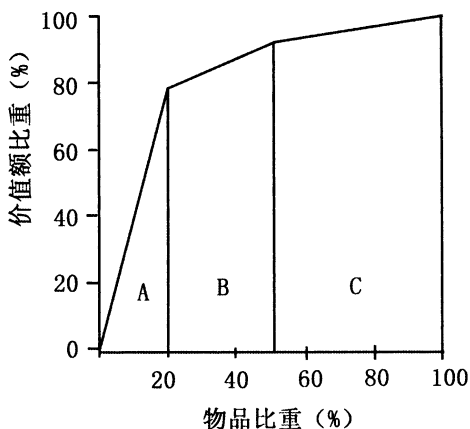


图 3-7-5 ABC 曲线

第三节 经济订货批量模型

一、基本经济订货批量模型

(一) 假设条件

1. 企业生产某种产品的生产计划稳定不变，因而对原材料的逐日消耗量是均匀的而且是已知的；
2. 原材料供应稳定可靠，何时订货、订货多少、何时到货都能掌握，订货准备费用和库存管理费用是不变的并且已知；
3. 每次订货批量和订货时间间隔稳定不变，因而，每次的最高库存量能控制在同一水平上；
4. 即时补充库存，即所订物料批量，能一次运送到达，即时补充需要的库存量。

在上述假定条件下的物料的订货、到货和库存、使用情况可以用图 3-7-6 来描述。

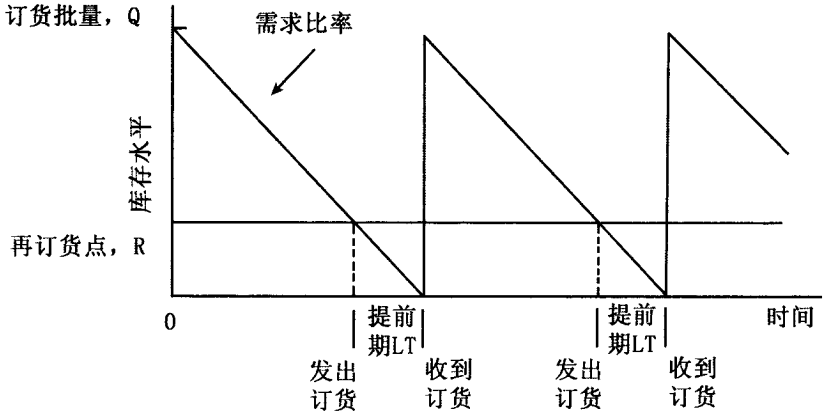


图 3-7-6 库存水平随时间变化的特征

由图 3-7-6 可以看出，当订货到达时，有最大的库存量（即一个订货批量 Q ），随着生产过程中的耗用，库存水平均匀地下降为零。此时，根据订货提前期（考虑自订货到材料运送到达的时间间隔）预订的下一批货正好到达，库存水平恢复到最大库存量。

（二）库存费用分析

下面讨论与库存管理有关的费用。

库存总费用主要由两部分组成：

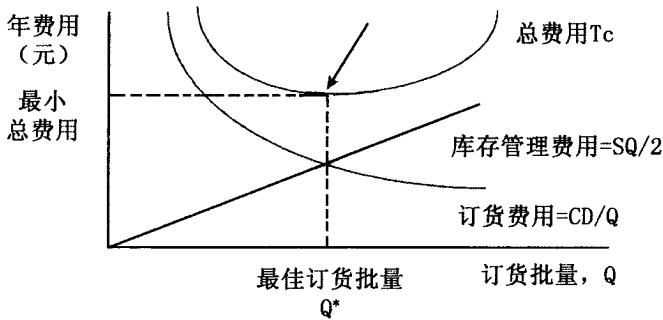


图 3-7-7 库存管理费用曲线

（1）订货费用 (O_c)

计划期内的订货费用取决于计划期的订货次数 n 和每次订货的费用 C ，即：

$$O_c = n \times C$$

计划期内的订货次数又与计划期内的材料总需求量 D 和每次订货批量 Q 有关，即：

$$n = \frac{D}{Q}$$

由此可得：

$$O_c = \frac{D}{Q} \times c \quad (7-3)$$

由上式可见，当 D 和 C 一定时，每次订货批量 Q 越大，计划期内的总订货费用就越小。

(2) 库存保管费用 (H_c)

计划期内的库存保管费用取决于计划期内平均库存量和该期内单位库存保管费用 S 。

由于最大库存量即为每次订货批量 Q ，最小库存量为零，所以，计划期内平均库存量为 $Q/2$ 。计划期内的库存保管费用为：

$$H_c = \frac{Q}{2} \times S \quad (7-4)$$

由上式可以看出，当单位库存保管费用一定时，库存保管费用 H_c 随最大库存量（即每次订货批量） Q 的增大而增大。

总库存费用 T_c 为订货费用 O_c 和库存保管费用 H_c 之和，即：

$$T_c = O_c + H_c = \frac{D}{Q} \cdot C + \frac{Q}{2} \cdot S \quad (7-5)$$

图 3-7-7 显示了订货费用、库存保管费用和总库存费用三种费用的曲线。

(三) 模型

经济订货批量 (Economic Order Quantity, EOQ) 是指当按这一批量进行订货时，可使总库存费用 T_c 达到最小，或者反过来说，当总库存费用 T_c 最小时，相应的订货批量即为经济订货批量。它通常以 Q^* 表示。

由图 3-7-7 可以看出，总库存费用 T_c 随订货批量 Q 的逐渐增大，先是逐渐下降，后又逐渐上升，其间有最低点，即费用最小点。而且此费用最小点发生在订货费用与库存保管费用相等之处，即：

$$\frac{Q}{2} \times S = \frac{D}{Q} \times C$$

经整理后即可求得与总的库存费用最小相对应的经济订货批量 Q^* ；

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DC}{S}} \quad (7-6)$$

将上述公式代入总费用公式，化简后可得到总库存费用的计算公式为：

$$T_c = \sqrt{2DCS} \quad (7-7)$$

【例 7-6】 某计算机厂某种电子元件的年需求量 D 为 10000 件，每次订货费用 C 为 40 元，单位年库存保管费用 S 为 0.20 元，计算 Q^* 为：

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 10000 \times 40}{0.20}} = 2000 \text{ (件)}$$

年总库存管理费用为：

$$T_c = \sqrt{2 \times 10000 \times 40 \times 0.20} = 400 \text{ (元)}$$

每年订货次数：

$$n = \frac{D}{Q^*} = \frac{10000}{2000} = 5 \text{ (次)}$$

在实际问题中，要确定 C 和 S 是比较困难的，需要进行大量的情况调查、资料搜集和数据整理工作。但从图 3-7-7 可以看出，总库存费用曲线在其下垂部分比较平坦，在 Q^* 左右波动不大，这说明即使对 C 和 S 的估算不十分准确，由此计算出的 Q^* 对 T_c 的影响也不大，一般即使误差达到 10%，对 T_c 的影响也不大，计算得到的经济订货批量 Q^* 仍有足够的参考价值。

在上例中，如果这种原材料的每次订货费用较大， $C = 200$ 元/次，而其单位库存保管费用较低， $S = 0.25$ 元/单位·年，则其经济订货批量变为：

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 10000 \times 200}{0.25}} = 4000 \text{ (件)}$$

每年订货次数为：

$$n = \frac{D}{Q^*} = \frac{10000}{4000} = 2.5 \text{ (次)}$$

又如果这种原材料的每次订货费用较小， $C = 50$ 元/次，而其单位库存保管费用较高， $S = 1.00$ 元/单位·年，则其经济订货批量变为：

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 10000 \times 50}{1.00}} = 1000 \text{ (件)}$$

每年订货次数为：

$$n = \frac{D}{Q^*} = \frac{10000}{1000} = 10 \text{ (次)}$$

由此可见，当原材料每次订货费用相对较大，而单位库存保管费用相对较低时，加大每次订货批量，减少总的订货次数，可以降低总库存费用；反之，当材料原材料每次订货费用相对较小，而单位库存保管费用相对较高时，缩小每次订货批量，增加订货次数，减少总的库存量，是降低总库存费用的一个有效措施。

二、货物非瞬时到达时的经济订货批量和库存费用

在某些情况下，当每批订货数量较多时，供货单位往往将货物分为几日陆续运到。这时，材料的订货、到货、库存和耗用变化情况如图 3-7-8 所示。

图 3-7-8 表示，每次订货批量为 Q ，供货单位是在进货补充时期 t 天内将货物运到。在 t 天内，由于每天生产过程对材料的耗用，到 t 天后订货批量全部运到时，实际最大库存水平 Q' 必低于订货批量 Q 。所以，材料库存及耗用的形态有所变化。

这时，最优订货批量又应怎样考虑？总库存费用又有什么变化？

如果订货的每天到货量为 p ，材料的每天耗用量为 d ($d < p$)，每批订货量进货补充所需天数为 t ，则每天到货量 p 扣除当天生产耗用 d 后，尚有剩余 $(p - d)$ 需要入库存储。因此， t 天后（即订货批量全部运完后），实际需要入库存储的最大库存量 Q' 为：

$$Q' = (p - d) \times t$$

每批订货量送货所需天数 t ，又与订货批量和每天到货量 p 有关。即：

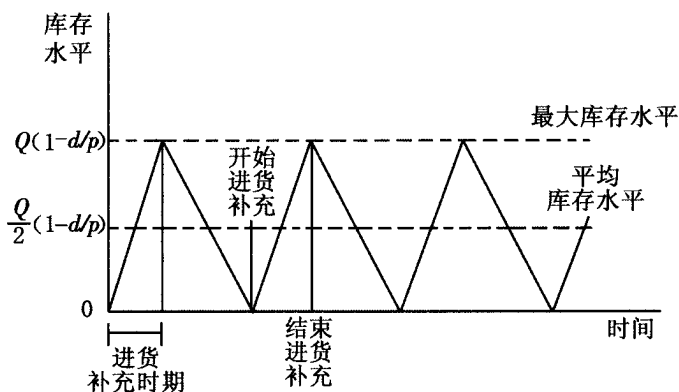


图 3-7-8 订货非瞬时到达情况下的库存形态图

$$t = \frac{Q}{p}$$

因此，实际最大库存量 Q' 为：

$$Q' = \frac{(p - d) \times Q}{p} \tag{7-8}$$

总库存费用 T_C 为：

$$T_C = O_C + H_C = \frac{D}{Q}C + \frac{Q'}{2}S = \frac{D}{Q}C + \frac{(p - d)}{2p}S \cdot Q \tag{7-9}$$

为求 T_C 最小，可用数学的方法求得最优订货批量 Q^* 为：

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DC}{S(\frac{p-d}{p})}} = \sqrt{\frac{2DC}{S(1 - \frac{d}{p})}} \tag{7-10}$$

将 Q^* 代入公式 (7-7)，化简总库存费用公式，可得：

$$T_C = \sqrt{2DCS(1 - \frac{d}{p})} \tag{7-11}$$

【例 7-7】 已知年部件需要量为 10000 件，每次订货费用为 40 元，每单位材料每年存储保管费用为 0.20 元，每批订货的每天到货量 p 为 100 件，材料的每天耗用量 d 为 20 件。

确定在此条件下的经济订货批量和总的库存费用分别为：

根据公式 (7-10) 可算出经济订货批量 Q^* 为：

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 10000 \times 40}{0.20 \left(1 - \frac{20}{100}\right)}} \approx 2236$$

根据公式 (7-8), 可算出实际最大库存量 O' 为：

$$O' = \frac{(100 - 20) \times 2236}{20} = 8944 \text{ (件)}$$

根据公式 (7-11), 可算出总库存费用 T_C 为：

$$T_C = \sqrt{2 \times 10000 \times 40 \times 0.20 \times \left(1 - \frac{20}{100}\right)} = 357.7 \text{ (元)}$$

三、允许有缺货时的经济订货批量和库存费用

在实际生产和管理活动中, 订货到达时间或每日耗用量不可能稳定不变, 因此, 有时不免要出现库存短缺, 影响生产的持续进行, 并给企业带来一定的经济损失, 称为缺货损失。

库存不足造成缺货损失当然不好。但有时, 虽然产生少量缺货, 如能因此而使库存费用有所降低, 那么, 得失相抵, 总起来说, 也可能是合算的。这就需要对总库存费用中的各部分费用, 加以计算比较, 进行得失权衡。

有缺货情况发生时材料的订货、入库、库存、耗用和缺货变化情况见图 3-7-9 所示。

图 3-7-9 说明, 当每批订货量为 Q 时, 由于到货脱期, 造成缺货, 缺货量为 Q_s , 缺货期为 t_2 , 而在下一批订货到达后, 实际的最大库存量为 $(Q - Q_s)$, 每批订货实际库存时间为 t_1 。

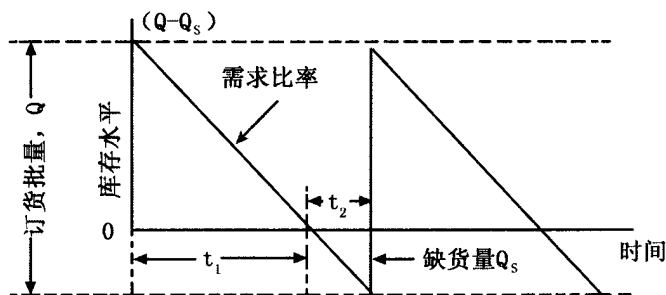


图 3-7-9 有缺货情况发生的库存形态

在有缺货情形发生时, 总库存费用由下列三部分费用组成：

$$T_C = O_C + H_C + S_C$$

式中 O_C ——订货费用；

H_c ——存储保管费用；

S_c ——缺货损失费用。

订货费用 (O_c) 取决于总材料需要量和每批订货批量及每批订货费用，即：

$$O_c = \frac{D}{Q} \times C$$

式中各项符号意义同前。

存储保管费用 (H_c) 取决于实际最大库存量、库存时间和单位材料存储保管费用，即：

$$\begin{aligned} H_c &= \frac{(Q - Q_s)}{2} \times S \times \frac{t_1}{t_1 + t_2} \\ &= \frac{(Q - Q_s)}{2} \times S \times \frac{(Q - Q_s)}{Q} = \frac{(Q - Q_s)^2}{2Q} \times S \end{aligned}$$

式中各项符号意义同前。

缺货损失费用 (S_c) 取决于缺货量、缺货时间和单位材料缺货损失费用，即：

$$S_c = \frac{Q_s}{2} \times C_s \times \frac{t_2}{t_1 + t_2} = \frac{Q_s^2}{2Q} \times C_s$$

式中 C_s 表示材料的单位缺货损失费用；

其他各项符号意义同前。

因此，在有缺货情况下，总的库存费用为：

$$T_c = \frac{D}{C} \times C + \frac{(Q - Q_s)^2}{2Q} \times S + \frac{Q_s^2}{2Q} \times C_s \quad (7-12)$$

这是一个具有两个变量 (Q 和 Q_s) 的函数。用数学的方法可以求得最优订货批量 Q^* 和最优缺货量 Q_s^* 为：

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DC}{S} \left(1 + \frac{S}{C_s}\right)} \quad (7-13)$$

$$Q_s^* = \sqrt{\frac{2DC}{C_s} \left(\frac{S}{S + C_s}\right)} \quad (7-14)$$

将 Q^* 和 Q_s^* 代入公式 (7-12)，化简总库存费用公式，可得：

$$T_c = \sqrt{2DC} \alpha \left(\frac{C}{S + C_s}\right) \quad (7-15)$$

【例 7-8】 已知部件的年需要量为 10000 件，每次订货费用为 40 元，每单位材料每年存储保管费用为 0.20 元，每单位材料每年的缺货损失费用为 0.3 元。

在此条件下的经济订货批量和总的库存费用分别为：

根据公式 (7-13)，可算出经济订货批量 Q^* 为：

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 10000 \times 40}{0.20} \left(1 + \frac{0.2}{0.3}\right)} = 2582 \text{ (件)}$$

根据公式(7-14),可算出允许最优的缺货量 Q_s^* 为:

$$Q_s^* = \sqrt{\frac{2 \times 10000 \times 40}{0.30}} \left(\frac{0.2}{0.3 + 0.2} \right) = 1033 \text{ (件)}$$

根据公式(7-15),可算出相应的最小总库存费用 T_C :

$$T_C = \sqrt{2 \times 10000 \times 40 \times 0.2 \left(\frac{0.3}{0.2 + 0.3} \right)} = 309.8 \text{ (元)}$$

当允许有缺货情况发生,且缺货损失较小时,企业虽要额外负担一部分缺货损失,但可使材料库存数量和费用减少,从而使总的库存费用下降。这在一定条件下是可以接受的。如果缺货损失较大,应避免缺货情况的发生。当缺货损失 C_s 很大时,则由公式(7-13),(7-14)和(7-15)可见,最佳订货批量接近 $Q^* = \sqrt{\frac{2DC}{S}}$,而 Q_s^* 接近 0, T_C 接近 $T_C = \sqrt{2DCS}$,即与不允许出现缺货情况下的最佳订货批量和总库存费用公式一样。

四、享有优惠订货价格时的库存政策

在竞争与市场调节条件下,供货单位为扩大销售,对采购数量较大的单位常会提供某些优惠条件,使购货单位在订货价格上享受一定的优惠(折扣)待遇。

这时,由于订货价格上的优惠,采购成本有所降低,使企业宁愿增加订货批量,增加库存费用,争取用采购成本的降低额来弥补库存费用的增加额。在一定条件下,这样反而可使总的采购、库存费用降低。因此,优惠订货价格的出现,将影响企业材料的订货和库存政策。

在这一条件下,企业将如何调整自己的材料订货和库存政策呢?

由于此时是以采购成本的降低额与库存费用的增加额做比较,所以,应先算出总的采购和库存费用(T_C)。其计算公式如下:

$$T_C = D \cdot P + \frac{D}{Q} \cdot C + \frac{Q}{2} \cdot S \quad (7-16)$$

式中 p 表示材料采购单价,其他符号意义同前。

【例7-9】同前例,设该项材料的采购单价为1.00元/单位,并知采购批量在3000单位以上时,可享受9折优惠,试确定在此条件下材料的订购和库存政策。

这时,可按公式7-16计算材料的采购和库存总费用 T_C 。

(1) 先按例7-6中原不考虑优惠价格的经济订货批量2000单位计算:

$$\begin{aligned} TC_1 &= 10000 \times 1.00 + \frac{10000}{2000} \times 40 + \frac{2000}{2} \times 0.20 \\ &= 10000 + 200 + 200 \\ &= 10400 \text{ (元)} \end{aligned}$$

(2) 再按可享受9折优惠的采购批量3000单位计算:

$$\begin{aligned}
 TC_2 &= 10000 \times 1.00 \times 0.9 + \frac{10000}{3000} \times 40 + \frac{3000}{2} \times 0.20 \\
 &= 9000 + 133.33 + 300 \\
 &= 9433.33 \text{ (元)}
 \end{aligned}$$

由此可见，由于订货批量增加而获得的采购费用节约额（10000 - 9000 = 1000 元）超过由于库存费用的增加额（433 - 400 = 33 元）。因而，增大订货批量，争取获得采购优惠条件是合算的，由于材料采购成本降低，扣除库存费用增加，还可节约总的材料采购和库存费用 10400 - 9433 = 967 元。

通常情况下，除了订货数量较大时在订货价格上可享受优惠折扣待遇外，当租用仓库的存储费用是按存储物资的价值的一定比例收费时，在存储费用上由于材料订货价格的降低还可相应得到降低。

【例 7-10】 仍以例 7-6 为例，年材料总需要量为 10000 件，材料采购单价为 1.00 元/件，材料库存保管费用每单位每年按材料采购价格的 25% 计算。材料的订货批量和相应的优惠价格如下表所示。

订货批量	价格折扣	材料价格（元）	库存成本（元）
5000 以下	0%	1.00	0.25
5000 ~ 10000	1%	0.90	0.225
10000 以上	2%	0.80	0.20

试确定在此条件下，企业的订货和库存政策。

这时，最优订货批量可分别按优惠折扣的最低订货批量和相应的材料采购库存总费用考虑：

折扣类别	价格	订货批量	年订购费用	年订货费用	年库存费用	总费用
1	1.00	2000	10000	200	250	10450
2	0.90	5000	9000	80	563	9643
3	0.80	10000	8000	40	1000	9040

由以上材料采购和库存总费用 T_C 计算的比较可知，由于材料本身价格较高，增大订货批量获取价格优惠以后，元件采购费用的节约额超过了元件库存费用的增加额。因而，增大订货量是合算的。此例中，订货批量按 10000 件考虑，其采购和库存总费用是最低的（9040 元）。考虑折扣因素的库存费用形态如图 3-7-10 所示。

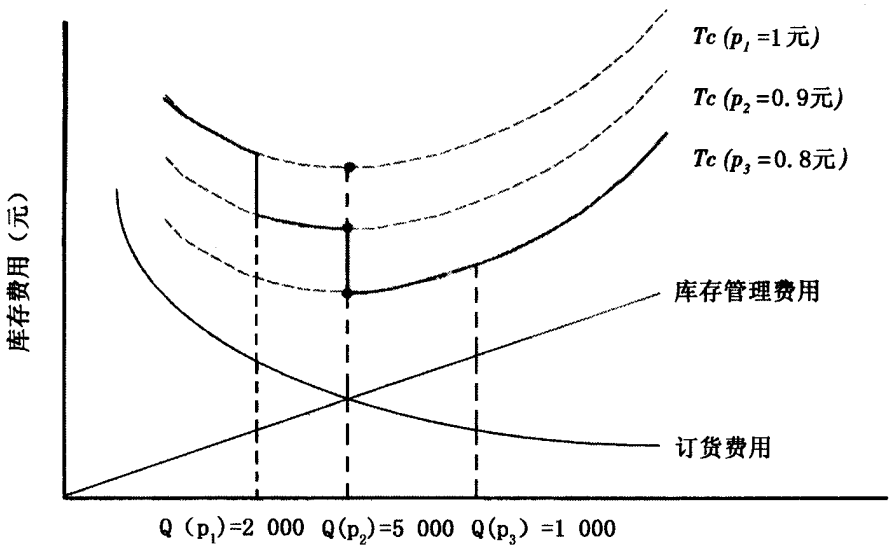


图 3-7-10 价格折扣的库存费用曲线

第四节 提前期内变化需求的库存模型

前面的讨论是在需求不变的假设下进行的，但需求是由市场决定的，完全可能波动变化，因此，提前期内的需求也可能随机波动。在提前期间不确定的因素有两种：一是提前期内每一时期的需求量，二是提前期本身的时间长度。这些不确定因素的存在，增加了库存控制的难度。

例如，某家用电器商店每周销售 VCD 的销售数量分布情况见下表。

某家用电器商店每周销售 VCD 的销售数量分布表

VCD 的需求量 (台)	概率
0 ~ 10	0.10
10 ~ 20	0.15
20 ~ 30	0.30
30 ~ 40	0.25
40 ~ 50	0.20
合计	1.00

该商店能够从经销商得到订货的提前期情况如下表。

该商店从经销商得到订货的提前期情况表

提前期（周）	概率
1	0.35
2	0.45
3	0.20
合计	1.00

像这样的资料，可以通过平时的销售统计获得，它对估计未来的需求量和提前期是很有用的。

一、再定货点（Reorder Point）

在前面的各种 EOQ 模型中，我们讨论了一个问题“每次订多少？”，但在库存管理问题中，管理人员关心的另外一个问题是“什么时候订货？”。对于这个问题通常采用连续对库存进行检查的方法，每次取货时均需要与事先设定好的再订货点水平进行比较。再订货点表示需要发出一个新的订货时的库存水平。对需求和提前期都是不变的库存问题，再订货点以下面公式计算：

$$R = dL \quad (7-17)$$

其中 d 和 L 分别表示提前期内的每天平均需求和提前期。

【例 7-11】 在例 7-6 中，如果每年按 320 个工作日计，年需求为 10000 件，提前期为 10 天，则再订货点的计算如下：

$$R = dL = \frac{10000}{320} \times 10 \approx 313 \text{ (件)}$$

每当库存水平下降到 313 件时就发出一个批量为 2000 件的订货，在发出订货后的 10 天内，使用 313 件的库存量。当库存水平降至零时，恰是提前期结束时，新的到货及时补充库存，使库存量达到最大水平（2000 件）。

二、安全库存（Safety Stock）

上例中的假设条件是需求是均匀比率的，但实际情况中需求往往是变化的，因此提前期内的需求也是变化的。如果提前期的需求量大于再订货水平就会出现缺货现象，由此可能影响顾客的满意程度或给企业造成经济损失。企业可以通过设置一定水平的库存量来减少这种风险，为提前期增加的这种起缓冲作用的库存称为安全库存，见图 3-7-11。

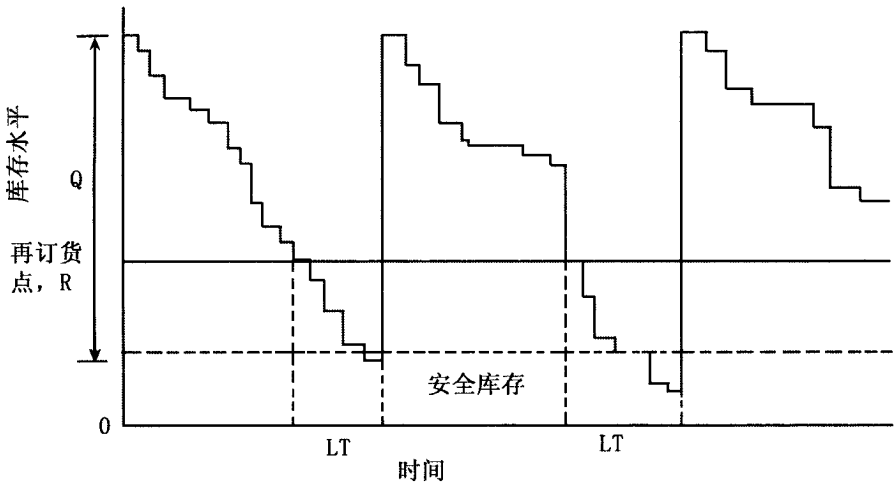


图 3-7-11 带安全库存的再订货点库存

三、服务水平 (Service Level)

如何确定安全库存量的大小，在实际应用中有不同的方法。一种常见方法是为满足特定服务水平而设置安全库存量。服务水平可以用提前期内的库存满足需求的概率来表示，例如，服务水平为 90%，它表示提前期内的需求得到满足的可能性是 90%，或出现缺货的可能性有 10%。服务水平的确定受到一些因素的影响，如库存管理费的大小，没有满足的顾客给企业带来的机会损失等。

四、变化需求的再订货点

在一定服务水平的条件下，为变化需求的库存问题确定再订货库存水平，需要有一些假设条件，提前期内每天的需求是不确定的和独立的，并满足正态分布。提前期内的平均需求是该时期内每天平均需求之和，它等于每天的平均需求量与提前期的天数之积。同样，变异的方差为提前期内各天需求方差的和。因此，变化需求的再订货点按下面公式计算：

$$R = \overline{dL} + z\sigma_d\sqrt{L} \quad (7-18)$$

其中 d = 每天平均需求

L = 提前期

σ_d = 每天需求的标准偏差

z = 由制定服务水平而算出的标准偏差个数

$Z\sigma_d\sqrt{L}$ = 安全库存量

图 3-7-12 表示与服务水平有关的再订货模型，服务水平表示阴影部分的面积。

【例 7-12】 在例 7-11 中，如果需求是正态分布，每天平均需求量为 30 件，标准偏差为 5 件，提前期是 10 天，要求在提前期内能以 95% 的概率满足需求，则再订货点的计算结果如下：

$$\bar{d} = 30 \text{ 件/天}$$

$$L = 10 \text{ 天}$$

$$\sigma_d = 5 \text{ 件/天}$$

对 95% 的服务水平，从正态分布表中可以查得 z 值为 1.65，见图 3-7-13。再订货点为：

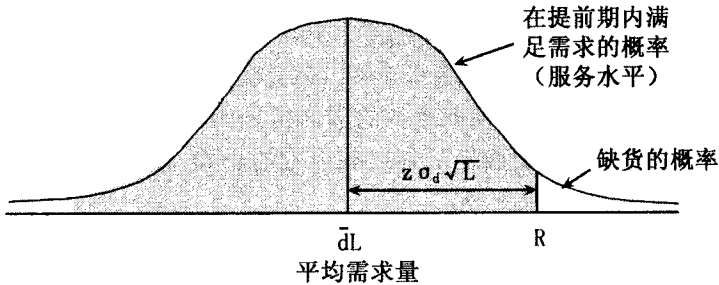


图 3-7-12 服务水平与再订货点

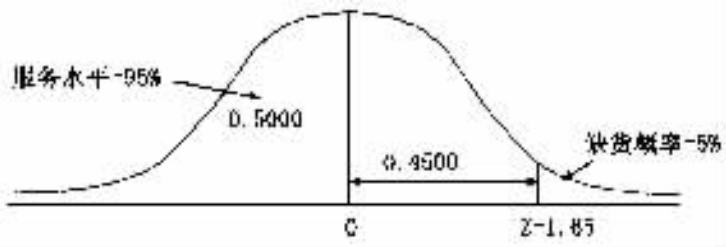


图 3-7-13 对给定服务水平确定 Z 值

$$\begin{aligned} R &= \bar{d}L + z\sigma_d\sqrt{L} \\ &= 300 \times 10 + 1.65 \times 5 \times \sqrt{10} \\ &= 300 + 26.1 \\ &= 326 \text{ (件)} \end{aligned}$$

安全库存量 = 26 (件)

第五节 单周期库存模型

一些库存问题的决策涉及单一需求周期，这种情况涉及时尚流行一时的产品（时装）、容易腐烂物品（新鲜水果、蔬菜、海鲜、牛奶等）以及有效期短的产品（报纸、杂志等）的订货，这类的库存问题称为单周期库存模型或称为“报童问题”。这些未售出或未使用商品不能跨期保存。例如，一天没卖掉的烤面包往往会降价出售，过了销售期的时装也会降价销售，过期杂志则会廉价出售给旧书店。有时处置剩余商品甚至还可能发生额外费用。

单周期库存模型的特点如下：

- 发生在单一销售期的随机需求 D ；
- 为单一销售期确定的单一订货量 Q ；
- 订单是在销售期开始之前确定的；
- 涉及缺货和过期降价的成本；
- 采购策略应使缺货和过期的期望损失最小化；

这类库存模型可用边际分析法来进行最佳订货存量的决策。最佳订货量是指这样的一点：当订购量再增加一个单位时，订购该单位产生的边际收益会小于带来的边际损失。因此，销售最后一个单位所得的收益大于或等于最后一件未被售出时所带来的损失，这一条件用数学表达式表示为：

$$MP \geq ML$$

式中 MP 表示售出第 Q 件产品所带来的边际收益；

ML 表示第 Q 件产品未售出时所带来的边际损失。

在需求是不确定的情况下，边际分析时考虑的是期望边际收益与期望边际损失。期望边际收益与损失的关系表示为：

$$P(MP) \geq (1 - P)ML$$

式中， P 指该件产品售出的概率，即为缺货的概率；而 $1 - P$ 则是指该件产品未售出的概率，即为不缺货的概率。由此可以求得 P ，

$$P \geq \frac{ML}{MP + ML} \quad (7-19)$$

$$1 - P < \frac{MP}{MP + ML} \quad (7-20)$$

公式(7-19)表明，我们可以不断增加订货量，直至所增加的最后一个单位的售出概率等于或大于比值 $ML / (MP + ML)$ 。如果需求可以近似地用离散分布（如历史概率或理论上的泊松分布等）表示，上述公式中不等号一般取“大于等于号”；而如果需

求可以近似地用连续分布（如均匀分布或正态分布）表示，上述公式中取“等号”。

一般情况下，缺货成本指每单位的未实现利润，即：

$$MP = C_{\text{缺货}} = \text{单位价格} - \text{单位成本} = P - C$$

过期成本属于销售期末未售出单位所发生的损失。实际上，过期成本是购买成本（ C ）与残值（ S ）之差，即：

$$ML = C_{\text{过期}} = \text{原始单位成本} - \text{单位残值} = C - S$$

如果处置过期单位时发生了费用，则残值为负，并因此增加单位过期成本。

【例 7-13】 某产品价格为 100 元，成本 70 元，残值为 30 元，需求量及相应的概率分布见下表：

需求量	概率
35	0.10
36	0.15
37	0.25
38	0.25
39	0.15
40	0.10
41	0.00

计算最优订货批量。

由所给条件可得：

$$MP = P - C = 100 - 70 = 30$$

$$ML = C - S = 70 - 30 = 40$$

由此计算得到下面计算表：

订货量 (1)	概率 P (2)	$P \times MP$ (3)	$(1 - P) \times ML$ (4)	期望利润 (5) = (3) - (4)
35	1.00	30.0	0.0	30.0
36	0.90	27.0	4.0	23.0
37	0.75	22.5	10.0	12.5
38	0.50	15.0	20.0	- 5.0

订货量 (1)	概率 P (2)	$P \times MP$ (3)	$(1 - P) \times ML$ (4)	期望利润 (5) = (3) - (4)
39	0.25	7.5	30.0	- 22.5
40	0.10	3.0	36.0	- 33.0
41	0.00	0.0	40.0	- 40.0

从上面计算表可以看出，期望边际收益随着订货量的增加而减小，而期望损失随着订货量的增加而增加。当订货量达到 37 个单位时，在增加一个单位订货量，期望利润将为负值，因此可以判断最佳订货量应为 37 个单位。或者第 37 个单位是使得可销售概率 $P \geq ML / (MP + ML) = 40 / (30 + 40) = 4/7 = 0.57$ 的最后一个单位，因此最佳订货量为 37 个单位。

【例 7-14】 某种混合饮料，其需求近似服从正态分布，($\mu = 2000$ 升， $\sigma = 100$ 升，成本为 2 元/升，售价为 8 元/升，卖不掉残值为 0。计算最佳订货量。

$MP = 8 - 2 = 6$ ， $ML = 2 - 0 = 2$ ，因此，售不出去的概率为：

$$1 - P(d > Q^*) = \frac{MP}{MP + ML} = \frac{6}{6 + 2} = 0.75$$

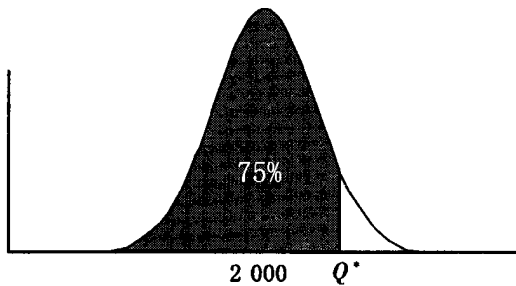


图 3-7-14 $\mu = 2000$ ， $\sigma = 100$ 的正态分布

从图 3-7-14 可以看出，正态曲线下 75% 的区域应该在最佳订货量的左边。从附录正态分布表可以查出 z 值近似为 0.675。因此，最佳订货批量为：

$$Q^* = 2000 + 0.675(100) = 2067.5 \text{ 升}$$